2. Zavedení komplexních čísel

př. $x^2+1=0$

$x^2=-1$

$|x|=\sqrt{-1}$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{-1}$ => nemá v R řešení ($\sqrt{a}$ je defin. pro $a \geq 0$, $|a| \geq 0$ pro $\forall a \in R$)

=> NUTNO ZAVÉST NOVÝ ČÍSELNÝ OBOR – předpokládáme, že existuje prvek i ... imaginární jednotka, kde $i^2=-1$ (někdy zn. j)

=> $x_{1,2}=\pm\sqrt{-1}=\pm\sqrt{i^2}=\pm i$

př. $x^2-4x+13=0$

$(a=1,\ b=-4,\ c=13)$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{4\pm\sqrt{-36}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{36\cdot(-1)}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{36i^2}}{2}=\frac{4\pm 6i}{2}=\left\langle\begin{array}{l}2+3i\\ 2-3i\end{array}\right.$$

kořeny ve tvaru $a+bi$ $(a,b\in R)$ – KOMPLEXNÍ ČÍSLA V ALGEBRAICKÉM TVARU

- KOMPLEXNÍMI ČÍSLY nazýváme USPOŘÁDANÉ DVOJICE REÁLNÝCH ČÍSEL $[a,b]$ (někdy (a,b)), číslo a naz. REÁLNÁ ČÁST, číslo b naz. IMAGINÁRNÍ ČÁST komplexního čísla a jsou pro ně definovány bez omezení rovnost, součet a součin takto:
  - pro $\forall$ 2 komplexní čísla $z_1=[a,b]$, $z_2=[c,d]$ definujeme

$z_1=z_2 \Leftrightarrow a=c \wedge b=d$ (porovnáme reál. části, imag. části)

$z_1+z_2=[a+c,\ b+d]$ (sčítáme po částech, složkách)

$z_1 z_2=[ac-bd,\ ad+bc]$ (viz čl. 3 – součin)

př. $z_1=[3,2]$, $z_2=[1,4]$

$z_1+z_2=[\overset{a+c}{3+1},\ \overset{b+d}{2+4}]=[4,6]$ $\qquad$ $z_1\cdot z_2=[\overset{ac-bd}{3\cdot 1-2\cdot 4},\ \overset{ad+bc}{3\cdot 4+2\cdot 1}]=[-5,14]$

př. Určete r, s tak, aby platila rovnost $[r,s]=[5,-3+2s]$

$[r,s]=[5,-3+2s]$

$\left.\begin{array}{l} r=5\\ s=-3+2s \Rightarrow s=3\end{array}\right\}$ soustava 2 rovnic pro 2 nezn.

- OBOR KOMPLEXNÍCH ČÍSEL zn. C, $\mathbb{C}$, $\mathbf{C}$ (někdy $\mathcal{K}$, $\mathbb{K}$, ...)
  - komplexní čísla lze vyj. jako uspoř. dvojice reál. čísel (geometrický tvar, význam), v algebraickém tvaru, v goniometrickém tvaru (zkrácený exponenciální tvar)
  - operace budeme postupně zavádět v následujících článcích

- ALGEBRAICKÝM TVAREM KOMPLEXNÍHO ČÍSLA $z = [a,b]$ nazýváme zápis čísla ve tvaru $z = a + bi$

  a … reálná část
  b … imaginární část
  i … imaginární jednotka

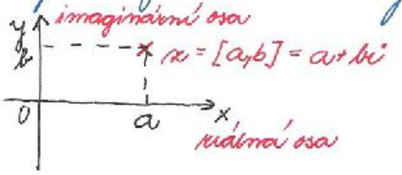
- IMAGINÁRNÍ JEDNOTKOU nazýváme komplexní číslo $[0,1] = i$
  - platí: $i^2 = -1$

př. $i^2 = i \cdot i = [\overset{a\ b}{0,1}] \cdot [\overset{c\ d}{0,1}] = [\overset{ac\ -\ bd}{0 \cdot 0 - 1 \cdot 1}, \overset{ad\ +\ bc}{0 \cdot 1 + 1 \cdot 0}] = [-1,0] = -1 + 0i = -1$

př. $z = a + bi = [a,0] + [\overset{a\ b}{b,0}] \cdot [\overset{c\ d}{0,1}] = [a,0] + [\overset{ac\ -\ bd}{b \cdot 0 - 0 \cdot 1}, \overset{ad\ +\ bc}{b \cdot 1 + 0 \cdot 0}] =$

$= [a,0] + [0,b] = [a,b]$

- ZNÁZORNĚNÍ KOMPLEXNÍCH ČÍSEL V GAUSSOVĚ ROVINĚ
  - každému komplexnímu číslu $z = [a,b] = a + bi$ lze v rovině (v níž je zavedena soustava souřadnic) přiřadit právě 1 bod $Z[a,b]$ a naopak
  - GAUSSOVA ROVINA (ROVINA KOMPLEXNÍCH ČÍSEL): rovina, jejíž body považujeme za obrazy komplexních čísel [Gauss - 1631]

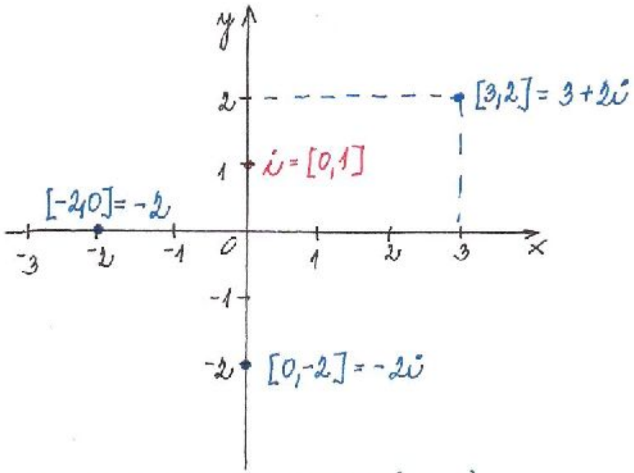


př. Znázorněte v Gaussově rovině

$z_1 = [-2,0] = -2 + 0i = -2$

$z_2 = [0,-2] = 0 - 2i = -2i$

$z_3 = [3,2] = 3 + 2i$



- DRUHY KOMPLEXNÍCH ČÍSEL

$a \in R,\ b = 0$	$[a,0] = a$ ($a + 0i$)	REÁLNÁ (leží na reálné ose)
$a \in R,\ b \neq 0$	$[a,b] = a + bi$	IMAGINÁRNÍ
$a = 0,\ b \neq 0$	$[0,b] = bi$ ($0 + bi$)	RYZE IMAGINÁRNÍ (leží na imaginární ose mimo $P[0,0]$) ($[0,0] = 0$ reálné)

- $R \subset C$ množinu reálných čísel lze považovat za speciální případ komplexních čísel